

Matriks dan Ruang Vektor

Penulis

Dr. Muhammad Khahfi Zuhanda, M.Si.

Kelvin Leonardi Kohsasih, M.Kom.

Dr. Hartono, M.Kom.

Pieter Octaviandy, SE.,S.Kom.,MM.

Diterbitkan oleh:

UMA Press

Matriks dan Ruang Vektor

Penulis

Dr. Muhammad Khahfi Zuhanda, M.Si.
Kelvin Leonardi Kohsasih, M.Kom
Dr. Hartono, M.Kom.
Pieter Octaviandy, SE.,S.Kom.,MM.

Desain Cover:

Dr. Muhammad Khahfi Zuhanda, M.Si.

Edit Layout:

Dr. Muhammad Khahfi Zuhanda, M.Si.

Editor:

Dr. Hartono, M.Kom.

ISBN

Hak cipta dilindungi oleh undang-undang
Dilarang mengutip atau memperbanyak sebagian
atau seluruh isi buku ini tanpa seizin tertulis dari
Penerbit

Diterbitkan oleh:

UMA Press

Address: Jalan Kolam Nomor 1, Kenangan Baru, Kec.
Percut Sei Tuan, Deliserdang, Sumatera Utara
Telephone: 061-7366878, e-mail: pghc@uma.ac.id

MK Zuhanda

Daftar Isi

Kata Pengantar	8
Sinopsis	9
1 Pendahuluan	11
1.1 Motivasi dan Tujuan	11
1.2 Konsep Dasar Aljabar Linier	12
1.2.1 Matriks	12
1.2.2 Sistem Persamaan Linier	13
1.2.3 Ruang Vektor	14
1.2.4 Transformasi Linier	14
1.3 Aplikasi Matriks dan Ruang Vektor dalam Teknik Informatika	15
1.3.1 Pemrosesan Citra	15
1.3.2 Pembelajaran Mesin	15
1.3.3 Kriptografi	16
1.3.4 Grafika Komputer	16
1.3.5 Optimasi dan Big Data	16
2 Matriks dan Operasinya	17
2.1 Definisi dan Jenis Matriks	17
2.1.1 Definisi Matriks	17
2.1.2 Jenis-Jenis Matriks	17
2.2 Operasi Aljabar pada Matriks	19

2.2.1	Penjumlahan dan Pengurangan Matriks	19
2.2.2	Perkalian Skalar dan Matriks	19
2.2.3	Perkalian Matriks	19
2.3	Matriks Identitas dan Invers	20
2.3.1	Matriks Identitas	20
2.3.2	Matriks Invers	21
3	Sistem Persamaan Linier	22
3.1	Representasi SPL dengan Matriks	22
3.1.1	Bentuk Umum SPL	22
3.2	Metode Eliminasi Gauss dan Gauss-Jordan	23
3.2.1	Metode Eliminasi Gauss	23
3.2.2	Metode Gauss-Jordan	25
3.3	Operasi Baris Elementer	25
3.4	Metode Invers untuk Menyelesaikan SPL	26
4	Determinan Matriks	28
4.1	Definisi Determinan	28
4.1.1	Determinan Matriks Orde 2	28
4.1.2	Determinan Matriks Orde 3	29
4.2	Metode Ekspansi Kofaktor	30
4.3	Metode Operasi Baris Elementer	31
4.4	Keterkaitan Determinan dan Invers Matriks	31
5	Ruang Vektor	33
5.1	Definisi dan Contoh Ruang Vektor	33
5.2	Ruang Vektor Euclidean \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 , dan \mathbb{R}^n	34
5.3	Subruang Vektor	35
5.4	Basis dan Dimensi Ruang Vektor	36
5.4.1	Linear Independence dan Dependence	36
5.4.2	Konsep Span	36

6	Ruang Hasil Kali Dalam	38
6.1	Definisi dan Sifat-sifatnya	38
6.1.1	Definisi Hasil Kali Dalam	38
6.1.2	Norma dan Sudut Antar Vektor . . .	39
6.2	Himpunan Ortogonal dan Ortonormal	40
6.2.1	Definisi Ortogonalitas	40
6.2.2	Himpunan Ortonormal	40
6.3	Proses Gram-Schmidt	41
7	Transformasi Linier	43
7.1	Definisi Transformasi Linier	43
7.2	Matriks Representasi Transformasi Linier . .	44
7.3	Kernel dan Range	45
7.3.1	Definisi Kernel	45
7.3.2	Definisi Range	46
8	Nilai Eigen dan Vektor Eigen	48
8.1	Definisi dan Polinom Karakteristik	48
8.1.1	Definisi Nilai Eigen dan Vektor Eigen	48
8.2	Basis Ruang Eigen dan Dimensinya	49
8.3	Diagonalisasi Matriks	51
9	Aplikasi dalam Teknik Informatika	54
9.1	Penerapan Matriks dan Ruang Vektor da- lam Pemrosesan Citra	54
9.1.1	Representasi Gambar dalam Bentuk Matriks	54
9.1.2	Transformasi Linier dalam Pemroses- an Citra	55
9.2	Penerapan dalam Machine Learning	56
9.2.1	Regresi Linier sebagai Transformasi Matriks	56
9.2.2	Principal Component Analysis (PCA)	57
9.3	Penerapan dalam Kriptografi	58

9.3.1 Hill Cipher	58
10 Latihan Soal	59
10.1 Soal: Pendahuluan	59
10.2 Soal: Matriks dan Operasinya	60
10.2.1 Definisi dan Jenis Matriks	60
10.2.2 Operasi Aljabar pada Matriks	60
10.2.3 Matriks Identitas dan Invers	61
10.3 Soal: Sistem Persamaan Linier	61
10.4 Soal: Determinan Matriks	62
10.5 Soal: Ruang Vektor	63
10.6 Soal: Ruang Hasil Kali Dalam	64
10.7 Soal: Transformasi Linier	64
10.8 Soal: Nilai Eigen dan Vektor Eigen	65
10.9 Soal: Aplikasi dalam Teknik Informatika	65
10.9.1 Pemrosesan Citra	65
10.9.2 Machine Learning	66
10.9.3 Kriptografi	67

Kata Pengantar

Puji syukur penulis panjatkan kepada Allah Subhana Wa ta'ala atas rahmat dan karunia-Nya sehingga buku ini dapat terselesaikan dengan baik. Buku ini disusun dengan tujuan untuk memberikan pemahaman yang mengenai konsep-konsep dasar dan aplikasi aljabar linier dalam bidang teknik informatika. Aljabar linier merupakan salah satu cabang matematika yang sangat penting dan sering digunakan dalam berbagai disiplin ilmu, termasuk dalam pengembangan teknologi informasi.

Buku ini terdiri dari beberapa bab yang disusun secara sistematis untuk memudahkan pembaca dalam memahami setiap konsep yang disajikan. Setiap bab dilengkapi dengan contoh-contoh dan soal-soal latihan yang bertujuan untuk mengasah pemahaman pembaca. penulis berharap buku ini dapat menjadi referensi yang bermanfaat bagi mahasiswa, dosen, dan praktisi di bidang teknik informatika.

Penulis menyadari bahwa buku ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu penulis mengharapkan masukan dan saran dari pembaca untuk perbaikan di masa yang akan datang. Semoga buku ini dapat memberikan kontribusi yang positif dalam dunia pendidikan dan pengembangan teknologi informasi.

Medan, 4 Agustus 2025
Dr. M. Khahfi Zuhanda, M.Si.

Sinopsis

Buku "Matriks dan Ruang Vektor" ini disusun dengan tujuan untuk memberikan pemahaman yang mendalam mengenai konsep-konsep dasar aljabar linier serta aplikasinya dalam bidang teknik informatika. Buku ini terdiri dari 10 bab yang mencakup berbagai topik penting dalam aljabar linier, mulai dari definisi dan jenis matriks, operasi aljabar pada matriks, sistem persamaan linier, hingga aplikasi matriks dan ruang vektor dalam pemrosesan citra, machine learning, dan kriptografi.

Bab pertama buku ini membahas motivasi dan tujuan mempelajari aljabar linier, serta konsep dasar yang perlu dipahami. Bab kedua hingga bab ketiga membahas secara rinci mengenai matriks, operasi aljabar pada matriks, dan sistem persamaan linier. Bab keempat dan kelima menjelaskan tentang determinan matriks dan ruang vektor, termasuk subruang vektor, basis, dan dimensi ruang vektor. Bab keenam membahas ruang hasil kali dalam, termasuk himpunan ortogonal dan proses Gram-Schmidt.

Bab ketujuh membahas transformasi linier, matriks representasi transformasi linier, serta kernel dan range. Bab kedelapan menjelaskan tentang nilai eigen dan vektor eigen, polinom karakteristik, basis ruang eigen, dan diagonalisasi matriks. Bab terakhir, bab kesembilan, membahas berbagai aplikasi aljabar linier dalam teknik informatika, termasuk pemrosesan citra, machine learning, dan krip-

tografi. Dan bab kesepuluh merupakan soal latihan dari setiap bab.

Setiap bab dilengkapi dengan soal-soal latihan dan pembahasan untuk membantu pembaca mengasah pemahaman mereka terhadap materi yang telah dipelajari. Buku ini diharapkan dapat menjadi referensi yang bermanfaat bagi mahasiswa, dosen, dan praktisi di bidang teknik informatika dalam memahami dan menerapkan konsep-konsep aljabar linier dalam pekerjaan dan penelitian mereka.